

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 21.11.2023

Тема: «Производная суммы и разности, произведения и частного»

1. Новый материал (конспект в тетрадь)

Производная сложной функции

Сложная функция – это функция, аргументом которой также является функция. Условно можно обозначать как $f(g(x))$. То есть, $g(x)$ как бы аргумент функции $f(g(x))$.

Формула нахождения производной сложной функции

Если функция f имеет производную в точке x_0 , а функция g имеет производную в точке $y_0 = f(x_0)$, то сложная функция $h(x) = g(f(x))$ также имеет производную в точке x_0 , причем

$$h'(x_0) = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0). \quad (1)$$

■ Пример 2. Вернемся к поставленной выше задаче и найдем производную функции $h(x) = (2x + 3)^{100}$.

Функцию h можно представить в виде сложной функции

$$h(x) = g(f(x)), \text{ где } g(y) = y^{100}, y = f(x) = 2x + 3.$$

Так как $f'(x) = 2$ и $g'(y) = 100y^{99}$, имеем

$$h'(x) = 2 \cdot 100y^{99} = 200(2x + 3)^{99}.$$

Пример 3. Найдем производную функции

$$h(x) = \sqrt{3x^2 + 1}.$$

Так как $h(x) = g(f(x))$, где $y = f(x) = 3x^2 + 1$, $g(y) = \sqrt{y}$, то $g'(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}}$ и $y' = f'(x) = 6x$, откуда

$$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot y' = \frac{6x}{2\sqrt{3x^2 + 1}} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 1}}.$$

2. Решение задач оформить в тетрадь (Интернет-решения мне не нужны!!!)

Упражнения: 208(а, в), 209(г), 210(а), 213(а), 214(а)

Упражнения

Найдите производные функций (208—211).

- 208.— а) $f(x) = x^2 + x^3$; б) $f(x) = \frac{1}{x} + 5x - 2$;
в) $f(x) = x^2 + 3x - 1$; г) $f(x) = x^3 + \sqrt{x}$.
- 209.— а) $f(x) = x^3(4 + 2x - x^2)$; б) $f(x) = \sqrt{x}(2x^2 - x)$;
в) $f(x) = x^2(3x + x^3)$; г) $f(x) = (2x - 3)(1 - x^3)$.
- 210.— а) $y = \frac{1+2x}{3-5x}$; б) $y = \frac{x^2}{2x-1}$; в) $y = \frac{3x-2}{5x+8}$; г) $y = \frac{3-4x}{x^2}$.
- 211.— а) $y = x^8 - 3x^4 - x + 5$; б) $y = \frac{x}{3} - \frac{4}{x^2} + \sqrt{x}$;
в) $y = x^7 - 4x^5 + 2x - 1$; г) $y = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{x^3} + 1$.
- 212.— Вычислите значения производной функции f в данных точках:
а) $f(x) = x^2 - 3x$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = 2$;
б) $f(x) = x - 4\sqrt{x}$, $x = 0,01$, $x = 4$;
в) $f(x) = x - \frac{1}{x}$, $x = \sqrt{2}$, $x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;
г) $f(x) = \frac{3-x}{2+x}$, $x = -3$, $x = 0$.
- 213.— Решите уравнение $f'(x) = 0$, если:
а) $f(x) = 2x^2 - x$; б) $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12$;
в) $f(x) = \frac{x^3}{3} - 1,5x^2 - 4x$; г) $f(x) = 2x - 5x^2$.
- 214.— Решите неравенство $f'(x) < 0$, если:
а) $f(x) = 4x - 3x^2$; б) $f(x) = x^3 + 1,5x^2$;
в) $f(x) = x^2 - 5x$; г) $f(x) = 4x - \frac{1}{3}x^3$.

Домашнее задание

Правила вычисления производных (**выучить!!!**)

$$\begin{aligned}(u+v)' &= u' + v' \\ (uv)' &= u'v + uv' \\ (cu)' &= cu' \\ \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2}\end{aligned}$$

Конспект и решение задач отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru